



۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند: (۳ نمره)

الف) مقدار عددی عبارت $\frac{2\alpha^2 - 2\beta}{\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta}$ را تعیین کنید.

ب) معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\alpha + \frac{1}{\beta}$ و $\beta + \frac{1}{\alpha}$ باشند.

۲- اگر چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x-1$ بخش‌پذیر بوده و باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x+2$ و $x-2$ به ترتیب ۴ و ۲ باشد باقیمانده تقسیم

$p(x)$ را بر $(x-1)(x-2)(x+2)$ تعیین کنید. (۱/۵ نمره)

۳- جمله مستقل از x را در بسط $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^{15}$ تعیین کنید (ضریب عددی را تعیین کنید). (۱/۵ نمره)

۴- برد تابع f را با ضابطه زیر تعیین کنید. (۲/۵ نمره)

$$f(x) = \left[\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} \right]$$

۵- مقدار عددی عبارتهای زیر را تعیین کنید. (۳ نمره)

$$\sin 50^\circ \sin 70^\circ \cos 80^\circ$$

$$\frac{\cos 48^\circ + \sin 78^\circ}{\cos 18^\circ}$$

لطفاً بین سوال ۶ و ۷ فقط یکی را به دلخواه پاسخ دهید

۶- ثابت کنید. (۲ نمره)

$$4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239} = \frac{\pi}{4}$$

۷- مجموعه جواب‌های معادله زیر را تعیین کنید. (۲ نمره)

$$\sin 5x + \cos^2 2x = \sin^2 2x + \sin 3x$$

۸- در سوالات زیر نوشتن ضابطه توابع لازم و کافی است. (۵/۲۵ نمره)

الف) تابعی صعودی مثال بنویسید که دامنه آن $D_f = [1, 4]$ و برد آن $R_f = [-1, 3]$ باشد.

ب) تابعی یک به یک مثال بنویسید که دامنه آن $D_f = \mathbb{Z}$ و برد آن $R_f = \mathbb{N}$ باشد.

ج) تابعی مثال بنویسید که معادله‌ی $f(x) = 5$ در آن دقیقاً دارای سه جواب باشد.

د) دو تابع صعودی مثال بنویسید که حاصلضرب آن‌ها صعودی باشد.

ه) دو تابع صعودی مثال بزنید که حاصلضرب آنها غیر یکنوا باشد.

و) دو تابع یکنوا مثال بزنید که تفاضل آنها غیر یک بر یک باشد.

ز) یک تابع هم فرد و هم زوج مثال بزنید.

۹- با عبارات "زوج"، "فرد"، "نه زوج نه فرد"، "هم زوج هم فرد" جدول زیر را پر کنید. (۱/۲۵ نمره)

	$f + g$	$f - g$	$f \times g$	$f \div g$	$f \circ g$	$g \circ f$
f و g زوج هستند						
f و g فرد هستند						
F فرد و g زوج است						

" $f \circ g$ و $g \circ f$ به معنی ترکیب توابع هستند "

با دقت و حوصله پاسخ دهید